

Lotka

Tradução Técnica

■ Excerto 6: Desempenho de aeronaves – Cruzeiro e curvas coordenadas

■ Excerpt 6: Aircraft performance – Cruise and turning flight

◆ Lucas Monteiro Nogueira

Nº	Título	Idioma	Referência
1	Autonomia chilometrica ed oraria (Alcance e autonomia)	Italiano → Português	Desconhecido (2020)
2	Turning flights of turbojet aircraft (Vôos em curva de aeronaves turbojato)	Inglês → Português	Ojha (1995)

◆ Referências

1. Desconhecido (2020). *Meccanica del Volo*. Flanker. Disponível em: https://issuu.com/fotter/docs/meccanica_del_volo_-_parte_1_di_2_-_v3.57
2. Ojha, S.K. (1995). *Flight Performance of Aircraft*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

◆ Índice

1. Autonomia chilometrica ed oraria

- 1.1. Programmi di volo in crociera
- 1.2. Autonomia chilometrica per i tre programmi
- 1.3. Autonomia oraria

2. Turning flights of turbojet aircraft

- 2.1. Basics
- 2.2. Fastest turn (maximum turning rate)
- 2.3. Tightest turn (minimum turning radius)
- 2.4. Solved example

◆ 1. Autonomia chilometrica ed oraria

↳ *Referência 1 (Desconhecido), pp. 7.15 – 7.19, 7.22 – 7.23. Com modificações.*

1.1. Programmi di volo in crociera

Una caratteristica fondamentale del volo livellato riguarda i consumi ed in particolare l'autonomia; distinguiamo due tipi di autonomie, quella chilometrica definita come lo spazio che può essere percorso con una certa quantità di combustibile, e quella oraria definita come il tempo di volo per un'assegnata quantità di combustibile. Cominciamo a parlare di **autonomia chilometrica** introducendo due equazioni; la prima è la relazione cinematica che, per volo livellato, è

$$\frac{dx}{dt} = V \quad (1)$$

e la seconda relazione consegue dalla definizione di consumo specifico C_S (cioè, la quantità in peso di combustibile consumato per unità di tempo e per unità di potenza erogata dal motore),

$$C_S \Pi_S = -\frac{dW}{dt} = \left| \frac{dW}{dt} \right| \quad (2)$$

dove il segno meno è dovuto al fatto che il peso del velivolo decresce per effetto del consumo di combustibile. Possiamo sostituire la potenza $\Pi_S = WV/\eta_p E$, dove W è il peso, V è la velocità, E è l'efficienza aerodinamica e η_p è la prestazione effettiva, affinché

$$C_S \frac{WV}{\eta_p E} = -\frac{dW}{dt} \quad (3)$$

Separiamo i variabili,

$$C_S \frac{WV}{\eta_p E} = -\frac{dW}{dt} \rightarrow V dt = dx = -\frac{\eta_p E}{C_S} \frac{dW}{W} \quad (4)$$

Il risultato **(4)** è l'equazione fondamentale che permette lo studio dell'autonomia chilometrica. Nello studio delle autonomie si considerano sempre tre programmi di volo:

Programma 1	$C_L = \text{cost.}$	$h = \text{cost.}$	$V \downarrow$
Programma 2	$C_L = \text{cost.}$	$V = \text{cost.}$	$h \uparrow$
Programma 3	$V = \text{cost.}$	$h = \text{cost.}$	$C_L \downarrow$

Tenendo presente che

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_L}} \quad (5)$$

e che durante la crociera il peso decresce, è immediato comprendere che nel primo programma, dovendo mantenere costanti C_L ed h , durante la crociera la velocità decresca; che nel secondo programma, dovendo mantenere C_L e V costanti, la quota aumenti; che infine nel terzo programma di volo, dovendo mantenere costanti V ed h , vari il C_L .

Il terzo programma è in genere l'unico programma ammesso dal controllo del traffico aereo, il quale non autorizza, se non per voli transcontinentali, variazioni di quota e di velocità da parte del velivolo.

1.1. Programas de vôo em cruzeiro

Uma característica fundamental do vôo nivelado concerne ao consumo de combustível e em particular à autonomia; distinguimos dois tipos de autonomia, quais sejam, a autonomia *quilométrica* ou **alcance**, definida como a distância que pode ser percorrida com certa quantidade de combustível, e a autonomia *horária* ou simplesmente **autonomia**, definida como o tempo de vôo obtido com uma certa quantidade de combustível. Começamos a discutir autonomia quilométrica introduzindo duas equações; a primeira é a relação cinemática que, para vôo nivelado, lê-se

$$\frac{dx}{dt} = V \quad (1)$$

A segunda relação provém da definição de consumo específico C_S (isto é, a quantidade em peso de combustível consumido por unidade de tempo e por unidade de potência fornecida pelo propulsor),

$$C_S \Pi_S = -\frac{dW}{dt} = \left| \frac{dW}{dt} \right| \quad (2)$$

onde o sinal negativo deve-se ao fato de que o peso da aeronave decresce com o consumo de combustível. Podemos substituir a potência $\Pi_S = WV/\eta_p E$, onde W é o peso, V é a velocidade, E é a eficiência aerodinâmica e η_p é o rendimento efetivo, de modo que

$$C_S \frac{WV}{\eta_p E} = -\frac{dW}{dt} \quad (3)$$

Separando variáveis,

$$C_S \frac{WV}{\eta_p E} = -\frac{dW}{dt} \rightarrow V dt = dx = -\frac{\eta_p E}{C_S} \frac{dW}{W} \quad (4)$$

O resultado (4) é a equação fundamental para o estudo do alcance. Em tais estudos consideramos três programas de vôo:

Programa 1	$C_L = \text{const.}$	$h = \text{const.}$	$V \downarrow$
Programa 2	$C_L = \text{const.}$	$V = \text{const.}$	$h \uparrow$
Programa 3	$V = \text{const.}$	$h = \text{const.}$	$C_L \downarrow$

Sabendo que

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_L}} \quad (5)$$

e que durante o cruzeiro o peso W decresce, é imediato compreender que, no primeiro programa, sendo constantes C_L e h , a velocidade diminua durante o cruzeiro; no segundo programa, sendo C_L e V constantes, a altitude aumente; e enfim, no terceiro programa de vôo, sendo mantidos constantes V e h , o coeficiente de sustentação C_L deve variar. Em geral, o terceiro programa é o único admitido no controle de tráfico aéreo, o qual não autoriza, exceto para vôos transcontinentais, variações em altitude e velocidade no decurso do trajeto da aeronave.

1.2. Autonomia chilometrica per i tre programmi

Non resta che integrare l'equazione differenziale $dx = -(\eta_P E / C_S)(dW/W)$ per calcolare l'autonomia chilometrica con riferimento a questi tre programmi.

Programma 1. Nell'ambito delle nostre ipotesi η_P e C_S restano costanti; inoltre, dato che in questo caso il C_L è costante, anche E è costante, quindi

$$x = -\frac{\eta_P E}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{W} \quad (6)$$

da cui

$$x = -\frac{\eta_P E}{C_S} \ln \left(\frac{W_f}{W_i} \right)$$

$$\therefore x = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) \quad (7)$$

Conviene scrivere tale relazione facendo comparire il peso W_c del combustibile consumato,

$$W_f = W_i - W_c \quad (8.1)$$

da cui

$$x_1 = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln \left[\frac{1}{1 - (W_c / W_i)} \right] \quad (8.2)$$

Se vogliamo massimizzare l'autonomia chilometrica nel primo programma dobbiamo volare alla massima efficienza aerodinamica (come avviene tipicamente nella crociera di un motoelica). Osserviamo inoltre come, nell'ambito delle ipotesi fatte, tale relazione non dipenda dalla quota; è però vantaggioso volare a quota elevata poiché, al di là di problemi relativi alla sicurezza di un volo a bassa quota, la densità e quote elevate è minore, perciò la velocità di volo è maggiore; questo comporta tempi di volo più bassi e quindi costi di esercizio (piloti ed equipaggio) più bassi. Quindi, anche se la quota non influenza direttamente l'autonomia chilometrica, si tende sempre ad effettuare la crociera a quote elevate.

Programma 2. Nel secondo programma voliamo mantenendo costante C_L e V , poiché non compare la velocità nella formula $dx = -(\eta_P E / C_S)(dW/W)$, abbiamo che

$$x_2 = x_1 = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln \left[\frac{1}{1 - (W_c / W_i)} \right] \quad (9)$$

ovverosia l'autonomia è la stessa. Osserviamo come, sempre che si possa effettuare una crociera nel secondo programma, ossia che si possa avere durante la crociera una variazione di quota, tale programma presenti un guadagno rispetto al primo. Nel primo programma infatti dobbiamo ridurre la velocità per tener conto della riduzione di peso; nel secondo programma invece voliamo a velocità costante e perciò, pur salendo di quota, impieghiamo meno tempo a compiere la crociera. Quindi a parità di autonomia è preferibile il secondo programma. L'unica formula che esprime l'autonomia chilometrica nei programmi uno e due prende il nome di **formula di Breguet**.

Programma 3. In questo caso il C_L non è costante e quindi non è costante l'efficienza, perciò dobbiamo scrivere l'espressione per x con E all'interno della integrale,

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{E}{W} dW \quad (10)$$

Non si arriva ad una soluzione in forma chiusa di tale integrale, per questo motivo viene posto nella forma

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{D} \quad (11)$$

conviene cioè introdurre la resistenza, che nella condizione di equilibrio è proprio pari a W/E , perché facendo qualche passaggio si può esprimere D come

$$D = c(1 + aW^2) \quad (12)$$

dove c ed a sono coefficienti costanti; e dunque l'integrale diventa

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{c(1+aW^2)} \quad (13)$$

il quale fornisce

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \times \frac{1}{c\sqrt{a}} \arctan(\sqrt{a}W) \Big|_{W_i}^{W_f} \quad (14)$$

1.2. Alcance para os três programas

Resta integrar a equação diferencial $dx = -(\eta_P E / C_S)(dW/W)$ para calcular o alcance referente aos três programas.

Programa 1 ($C_L, h = \text{const.}$). Sabemos desde já que η_P e C_S são constantes; ademais, sendo C_L constante, a eficiência aerodinâmica E também o será, logo

$$x = -\frac{\eta_P E}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{W} \quad (6)$$

de onde

$$x = -\frac{\eta_P E}{C_S} \ln\left(\frac{W_f}{W_i}\right)$$

$$\therefore x = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) \quad (7)$$

Convém escrever a relação acima incluindo o peso W_c de combustível consumido,

$$W_f = W_i - W_c \quad (8.1)$$

de onde

$$x_1 = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln\left[\frac{1}{1-(W_c/W_i)}\right] \quad (8.2)$$

Se quisermos maximizar o alcance no primeiro programa, devemos voar à máxima eficiência aerodinâmica (como tipicamente ocorre no cruzeiro de um turboélice). Ademais, observamos que, no âmbito das hipóteses consideradas, o alcance não é dependente da altitude; é no entanto vantajoso voar a altitudes elevadas dado que, além dos problemas de segurança associados ao vôo em baixa altitude, a densidade do ar a altitudes elevadas é menor, possibilitando maiores velocidades de vôo; isso implica tempos de vôo mais baixos e custos operacionais (piloto e equipamento) mais baixos. Logo, embora a altitude não afete o alcance, é usual realizar o cruzeiro a altitudes elevadas.

Programa 2. No segundo programa, voamos mantendo constantes C_L e V , e, uma vez que a velocidade não aparece na fórmula $dx = -(\eta_P E/C_S)(dW/W)$, tem-se o alcance

$$x_2 = x_1 = \frac{\eta_P E}{C_S} \ln \left[\frac{1}{1 - (W_c/W_i)} \right] \quad (9)$$

que é idêntico ao alcance **(8.2)** do programa 1. Observamos que, sempre que se possa realizar um cruzeiro no segundo programa – ou seja, que possa haver no cruzeiro uma variação de altitude – o recurso ao segundo programa representa um ganho em relação ao primeiro. De fato, no primeiro programa devemos reduzir a velocidade para contrabalançar a variação de peso; no segundo programa, por sua vez, voamos a velocidade constante e, por isso, variando em altitude, empregamos menos tempo para completar o cruzeiro. Assim sendo, apesar do semelhante alcance, o programa 2 é preferível. A mesma fórmula (Eq. **(9)**) que descreve os alcances dos programas 1 e 2 é denominada **fórmula de Breguet**.

Programa 3. Nesse caso, C_L não é constante e portanto não é constante a eficiência aerodinâmica; temos então de incluir E no interior da integral em **(6)**,

$$x = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{E}{W} dW \quad (10)$$

Não é imediatamente possível chegar a uma solução fechada para a integral **(10)**, e por esse motivo convém reescrevê-la como

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{D} \quad (11)$$

isto é, introduzimos o arrasto D , que pelas condições de equilíbrio em voo nivelado é igual a W/E . Podemos exprimir D como

$$D = c(1 + aW^2) \quad (12)$$

onde c e a são coeficientes constantes, logo podemos reescrever a integral em **(10)** como

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{c(1 + aW^2)} \quad (13)$$

a qual resulta em:

$$x_3 = -\frac{\eta_P}{C_S} \times \frac{1}{c\sqrt{a}} \arctan(\sqrt{a}W) \Big|_{W_i}^{W_f} \quad (14)$$

1.3. Autonomia oraria

Occupiamoci adesso dell'autonomia oraria, che interessa soprattutto certi tipi di velivoli, come ad esempio velivoli ad elica adibiti alla sorveglianza del territorio, o velivoli anti-sommergibili, i quali devono rimanere in volo per tempi molto lunghi. L'espressione generale per il calcolo dell'autonomia oraria la ricaviamo di nuovo dalla definizione di consumo specifico

$$C_S = -\frac{(dW/dt)}{\Pi_a} \rightarrow \frac{C_S W}{\eta_P E} V = -\frac{dW}{dt} \quad (15)$$

da cui

$$dt = -\frac{E\eta_P}{C_S} \frac{1}{WV} dW \quad (16)$$

Per integrale tale espressione facciamo riferimento al 1° programa di volo poiché è quello che fornisce il maggior valore dell'autonomia oraria. Sviluppando l'espressione della velocità di volo (che nel 1° programma varia) e raggruppando opportunamente i termini, otteniamo

$$\int_0^t dt = -\frac{E\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{W \times \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_L}}} dW = -\frac{E\eta_P}{C_S} \sqrt{C_L \frac{\rho S}{2}} \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{W^{3/2}} dW \quad (17)$$

ossia

$$t = 2 \frac{E\eta_P}{C_S} \sqrt{C_L \frac{\rho S}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{W_f}} - \frac{1}{\sqrt{W_i}} \right) \quad (18)$$

da cui, tenuto conto che $W_f = W_i - W_c$, si ha

$$t = 2 \frac{\eta_P}{C_S} E \sqrt{C_L} \sqrt{\frac{\rho}{2(W_i/S)}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{W_c}{W_i}}} - 1 \right) \quad (19)$$

Tale espressione contiene tanti elementi utili: per massimizzare il tempo di volo dobbiamo volare ad un angolo d'attacco che massimizzi l'indice di quota $E\sqrt{C_L}$, perciò ad un'incidenza piuttosto elevata (prossima a quella di stallo); ci troviamo pertanto nella condizione di stabilità propulsiva neutra, poiché siamo proprio alla velocità V_{II} : di solito si preferisce volare ad una velocità poco maggiore di V_{II} cosicché ci si trovi nel I regime. Osserviamo poi una dipendenza dalla quota (attraverso ρ): per un'autonomia oraria elevata si deve volare a bassa quota; anche questo però implica una condizione di volo non

ottimale, perché, per massimizzare t , dovremmo avere anche un carico alare il più basso possibile e ciò ha un effetto (lo vedremo più avanti) sulla sensibilidade del velivolo alle perturbazioni atmosferiche, le quale sono più intense proprio a bassa quota.

1.3. Autonomia

Ocupamo-nos agora da autonomia horária, que interessa sobretudo a certos tipos de aeronave, como, por exemplo, turboélices usados em vigilância territorial ou patrulha marítima, os quais têm de permanecer no ar por períodos muito longos. A expressão geral para o cálculo da autonomia pode ser extraída da definição de consumo específico,

$$C_S = -\frac{(dW/dt)}{\Pi_a} \rightarrow \frac{C_S}{\eta_P} \frac{W}{E} V = -\frac{dW}{dt} \quad (15)$$

de onde

$$dt = -\frac{E\eta_P}{C_S} \frac{1}{WV} dW \quad (16)$$

Para integrar essa expressão, recorreremos ao programa 1 pois este fornece o maior valor de autonomia. Desenvolvendo a expressão para velocidade de vôo (que é variável no programa 1) e, reagrupando de modo adequado os termos, obtemos

$$\int_0^t dt = -\frac{E\eta_P}{C_S} \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{W \times \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_L}}} dW = -\frac{E\eta_P}{C_S} \sqrt{C_L \frac{\rho S}{2}} \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{W^{3/2}} dW \quad (17)$$

ou seja,

$$t = 2 \frac{E\eta_P}{C_S} \sqrt{C_L \frac{\rho S}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{W_f}} - \frac{1}{\sqrt{W_i}} \right) \quad (18)$$

de onde, tendo em conta que $W_f = W_i - W_c$, vem

$$t = 2 \frac{\eta_P}{C_S} E \sqrt{C_L} \sqrt{\frac{\rho}{2(W_i/S)}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{W_c}{W_i}}} - 1 \right) \quad (19)$$

Essa expressão contém vários elementos importantes: vê-se que, para maximizar o tempo de vôo, devemos voar a um ângulo de ataque que maximize o índice de cota $E\sqrt{C_L}$, o que implica uma incidência razoavelmente alta (próxima àquela de estol); estamos, portanto,

sob condições de estabilidade propulsiva neutra, dado que a presente velocidade é a velocidade V_{Π} [velocidade de incidência de maior índice de quota]. Observamos então uma dependência em relação à altitude (através da densidade ρ): A fim de obter uma autonomia horária elevada, deve-se voar a baixa altitude; no entanto, isso implica também uma condição de voo não-ótima, uma vez que, para maximizar t , deve-se ter a menor carga alar possível, e isso produz efeitos [como explicado adiante no livro sob tradução] sobre a sensibilidade da aeronave com relação a perturbações atmosféricas, que são mais intensas em baixas altitudes.

▲ Termos importantes

■ **Autonomia chilometrica** (“Alcance”): Distância que a aeronave é capaz de percorrer em voo com uma determinada quantidade de combustível.

■ **Formula di Breguet** (“Fórmula de Breguet”): Expressão que define o alcance de vôos em cruzeiro dos tipos C_L constante- h constante ou C_L constante- V constante.

◆ 2. Turning flights of turbojet aircraft

↳ Referência 2 (Ojha, 1995), pp. 293 – 304. Com modificações.

2.1. Basics

Using the drag polar equation, the thrust F reads

$$F = D = qSC_D = qS(C_{D,0} + KC_L^2) \quad (20)$$

where q is the dynamic pressure, S is the wing planform area, $C_{D,0}$ is the zero-lift drag coefficient, K is the lift-dependent drag coefficient factor, and C_L is the lift coefficient. Since the lift coefficient may be written as $C_L = 2L/\rho V^2 S$, where $L = nW$ (n is the load factor), the thrust may be restated as

$$F = qS \left(C_{D,0} + \frac{Kn^2 W^2}{q^2 S^2} \right) \quad (21)$$

which after rearrangement becomes a quadratic equation in q ,

$$(C_{D,0} S^2) q^2 - (F \times S) q + Kn^2 W^2 = 0 \quad (22)$$

Solving for q brings to

$$q = \frac{(F/S)}{2C_{D,0}} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{4KC_{D,0}n^2}{(F/W)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (23)$$

Using $q = \rho V^2/2$ (the definition of dynamic pressure), $\sigma = \rho/\rho_{SSL}$ (where ρ_{SSL} is the air density at standard sea level), and $E_m = 1/\sqrt{KC_{D,0}}$ (the maximum aerodynamic efficiency), the airspeed can be stated as

$$V = \left\langle \frac{(F/S)(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma C_{D,0}} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{1/2} \right\} \right\rangle^{1/2} \quad (24)$$

Note that we have retained only the solution with a positive sign. Note further that, if $n = 1$, the above equation reduces to the airspeed for level flight. It follows that at a specified altitude and throttle setting, the airspeed of a given aircraft reduces in turning where $n > 1$. If a pilot desires to maintain the airspeed and wants the altitude to be the same during turning as in level flight, he must increase thrust by increasing the throttle setting.

In order to obtain real values of the airspeed, it is necessary to ensure that the expression in square brackets in (19) be greater than or equal to zero. This means that

$$\begin{aligned} 1 - \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} &\geq 0 \\ \therefore 1 &\geq \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} \\ \therefore \frac{F}{W} &\geq \frac{n}{E_m} \quad (25) \end{aligned}$$

The above inequality provides the necessary condition for coordinated turning flight in a horizontal plane.

2.1. Princípios básicos

Usando a equação do polar de arrasto, o empuxo F é dado por

$$F = D = qSC_D = qS(C_{D,0} + KC_L^2) \quad (20)$$

onde q é a pressão dinâmica, S é a forma plana da asa, $C_{D,0}$ é o coeficiente de arrasto aerodinâmico zero, K é o fator de coeficiente de arrasto dependente de sustentação e C_L é o coeficiente de sustentação. Uma vez que o coeficiente de sustentação pode ser escrito como $C_L = 2L/\rho V^2 S$, onde $L = nW$ (n é o fator de carga), o empuxo pode ser reescrito como

$$F = qS \left(C_{D,0} + \frac{Kn^2 W^2}{q^2 S^2} \right) \quad (21)$$

o que, depois de manipulado, torna-se uma equação quadrática em q ,

$$(C_{D,0}S^2)q^2 - (F \times S)q + Kn^2W^2 = 0 \quad (22)$$

Resolvendo para q , vem:

$$q = \frac{(F/S)}{2C_{D,0}} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{4KC_{D,0}n^2}{(F/W)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (23)$$

Usando $q = \rho V^2/2$ (a definição de pressão dinâmica), $\sigma = \rho/\rho_{SSL}$ (onde ρ_{SSL} é a densidade do ar ao nível do mar na atmosfera padrão) e $E_m = 1/\sqrt{KC_{D,0}}$ (a eficiência aerodinâmica máxima), a velocidade pode ser escrita como

$$V = \left\langle \frac{(F/S)(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma C_{D,0}} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{1/2} \right\} \right\rangle^{1/2} \quad (24)$$

Note que apenas a solução com sinal positivo foi retida. Note ainda que, se $n = 1$, a equação acima reduz-se à velocidade de vôo nivelado. Segue que, se, a uma certa altitude e potência, a velocidade de uma aeronave geralmente decresce em curvas, pois $n > 1$. Se o piloto deseja manter sua velocidade ou deseja manter as mesmas altitudes tanto em curva como em vôo nivelado, este terá de aumentar o empuxo.

A fim de obter valores reais para a velocidade, é necessário assegurar que a expressão em colchetes em **(24)** seja maior que ou igual a zero. Isso significa que

$$\begin{aligned} 1 - \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} &\geq 0 \\ \therefore 1 &\geq \frac{n^2}{E_m^2 (F/W)^2} \\ \therefore \frac{F}{W} &\geq \frac{n}{E_m} \quad (25) \end{aligned}$$

A desigualdade acima fornece a condição necessária para realizar um vôo em curva sobre um plano horizontal.

2.2. Fastest turn (maximum turning rate)

The fastest turn is the one that has the maximum rate of turning $(d\chi/dt)_m$. The fastest turn is a measure of the aircraft's maneuverability and it is regarded as a figure of merit of the aircraft. An essential requirement of a combat aircraft is that it should be able to turn as fast as possible. The fastest turn flight parameters and the maximum rate of turn can

be expressed in terms of the aircraft design parameters. The fastest-turn parameters are denoted with the subscript FT .

Airspeed. The fastest-turn airspeed is given by

$$V_{FT} = \left[\frac{2(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{4}} = V_{E,m} \quad (26)$$

As indicated above, V_{FT} is numerically equal to the airspeed V_{Em} associated with maximum aerodynamic efficiency in level flight. The equation further shows that V_{FT} increases with increases in wing loading and altitude, but is independent of engine thrust.

Load factor and bank angle. The fastest-turn load factor is

$$n_{FT} = \sqrt{2(F/W)E_m - 1} = \sqrt{2n_m - 1} \quad (27)$$

which shows that the load factor in question is less than the maximum load factor n_m . The corresponding bank angle, ϕ_{FT} , is of course given by $\phi_{FT} = \cos^{-1}(1/n_{FT})$.

Lift coefficient and aerodynamic efficiency. The lift coefficient associated with fastest-turn flight is given by

$$C_{L,FT} = \left\{ \frac{[2(F/W)E_m - 1]C_{D,0}}{K} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

which shows that for a given aircraft the fastest-turn lift coefficient is proportional to thrust. The corresponding aerodynamic efficiency is given by

$$E_{FT} = \left(\frac{2n_{FT}}{1+n_{FT}^2} \right) E_m = \frac{1}{(F/W)} \sqrt{2(F/W)E_m - 1} \quad (29)$$

Since in a coordinated turn $n_{FT} > 1$, the equation in the middle indicates that $E_{FT} < E_m$, i.e., the aerodynamic efficiency for the fastest turn is less than the maximum aerodynamic efficiency.

Turning rate and turning radius. The turning rate in fastest-turn flight is given by

$$\dot{\chi}_{FT} = \frac{g}{V_{FT}} \sqrt{n_{FT}^2 - 1} = g \left[\frac{\rho_{SSL}\sigma}{(W/S)} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{C_{D,0}}{K} \right)^{\frac{1}{4}} \left[\left(\frac{F}{W} \right) E_m - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

This shows that for increasing the fastest turn rate, we must have a large thrust/weight ratio, a low wing loading, and a large wing aspect ratio.

Lastly, the turning radius r_{FT} for the fastest turn is expressed as

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}^2}{g\sqrt{n_{FT}^2 - 1}} = \frac{1}{g} \times \frac{(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma} \left(\frac{2K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{F}{W} \right) E_m - 1 \right]^{-1/2} \quad (31)$$

2.2. Vôo em curva mais rápido (taxa de viragem máxima)

O vôo em curva mais rápido é aquele associado à taxa de viragem máxima, $(d\chi/dt)_m$. O vôo mais rápido é uma medida da manobrabilidade da aeronave e constitui uma figura de mérito acerca do seu desempenho. Um requisito essencial para uma aeronave de combate é que esta deve ser capaz de virar o mais rápido possível. Os parâmetros de viragem e a taxa de viragem máxima podem ser enunciados em termos dos parâmetros de dimensionamento da aeronave. Denotaremos os parâmetros de curva mais rápida com o subscrito *FT* (do inglês 'fastest turn').

2.2.1. *Velocidade.* A velocidade do vôo em curva mais rápido é dada por

$$V_{FT} = \left[\frac{2(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{4}} = V_{E,m} \quad (26)$$

Como indicado na equação, V_{FT} é numericamente igual à velocidade $V_{E,m}$ associada com eficiência aerodinâmica máxima em vôo nivelado. A equação mostra ainda que V_{FT} cresce com carga alar e altitude, mas é independente do empuxo.

2.2.2. *Fator de carga e ângulo de pranchamento.* O fator de carga para vôo em curva mais rápido é

$$n_{FT} = \sqrt{2(F/W)E_m - 1} = \sqrt{2n_m - 1} \quad (27)$$

o que mostra que o fator de carga em questão é menor que o fator de carga máximo n_m . O ângulo de pranchamento correspondente, ϕ_{FT} , é dado por $\phi_{FT} = \cos^{-1}(1/n_{FT})$.

2.2.3. *Coeficiente de sustentação e eficiência aerodinâmica.* O coeficiente de sustentação correspondente a vôo em curva mais rápido é

$$C_{L,FT} = \left\{ \frac{[2(F/W)E_m - 1]C_{D,0}}{K} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

o que mostra que, para uma dada aeronave, o coeficiente de sustentação para vôo em curva mais rápido é proporcional ao empuxo. A eficiência aerodinâmica correspondente é dada por

$$E_{FT} = \left(\frac{2n_{FT}}{1 + n_{FT}^2} \right) E_m = \frac{1}{(F/W)} \sqrt{2(F/W)E_m - 1} \quad (29)$$

Uma vez que $n_{FT} > 1$ para uma viragem coordenada, a parte central da igualdade acima indica que $E_{FT} < E_m$, isto é, a eficiência aerodinâmica para vôo em curva mais rápido é menor que a eficiência aerodinâmica máxima.

2.2.4. *Taxa de viragem e raio de viragem.* A taxa de viragem para vôo em curva mais rápido é dada por

$$\dot{\chi}_{FT} = \frac{g}{V_{FT}} \sqrt{n_{FT}^2 - 1} = g \left[\frac{\rho_{SSL} \sigma}{(W/S)} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{C_{D,0}}{K} \right)^{\frac{1}{4}} \left[\left(\frac{F}{W} \right) E_m - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

Isso mostra que para aumentar a taxa de viragem mais rápida, devemos ter uma alta relação empuxo-peso, uma baixa carga alar e uma asa com elevada razão de aspecto. Finalmente, o raio de viragem r_{FT} para vôo em curva mais rápido é dado por

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}^2}{g \sqrt{n_{FT}^2 - 1}} = \frac{1}{g} \times \frac{(W/S)}{\rho_{SSL} \sigma} \left(\frac{2K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{F}{W} \right) E_m - 1 \right]^{-1/2} \quad (31)$$

2.3. Tightest turn (minimum turning radius)

The turning maneuver with minimum radius of turn r_{min} is called the *tightest turn*. An aircraft's tightest turn is a measure of its maneuverability. In the following, the tightest-turn parameters will be denoted with a subscript *TT*.

Airspeed. The tightest-turn airspeed is given by

$$V_{TT} = 2 \left[\frac{K(W/S)}{\rho_{SSL} \sigma (F/W)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

Note that the tightest-turn airspeed increases with wing loading, but decreases with thrust/weight ratio.

Load factor and bank angle. The tightest-turn load factor is

$$n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2}} = \sqrt{2 - \frac{1}{n_m^2}} \quad (33)$$

The above result indicates that the load factor of a tightest turn can never exceed $\sqrt{2}$ and the tightest turn is possible only if the thrust-weight ratio is greater than $\sim 0.707/E_m$, where E_m is the maximum aerodynamic efficiency. The corresponding bank angle, ϕ_{TT} , is of course given by $\phi_{TT} = \cos^{-1}(1/n_{TT})$.

Lift coefficient and aerodynamic efficiency. The lift coefficient associated with tightest-turn flight is given by

$$C_{L,TT} = \frac{1}{2KE_m} \left[2(F/W)^2 E_m^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (34)$$

The corresponding aerodynamic efficiency is given by

$$E_{TT} = \frac{1}{E_m (F/W)^2} \sqrt{2(F/W)^2 E_m^2 - 1} \quad (35)$$

Turning rate and turning radius. The turning rate in tightest-turn flight is given by

$$\dot{\chi}_{TT} = \frac{g}{V_{TT}} \sqrt{n_{TT}^2 - 1} = \frac{g}{2} \times \left[\frac{\rho_{SSL} \sigma (F/W)}{K (W/S)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

This shows that the tightest turn rate can be increased by increasing the thrust/weight ratio, and by decreasing the wing loading and the altitude. The flight parameters that increase the fastest turn rate also increase the tightest turn rate. Lastly, the curve radius in tightest-turn flight is expressed as

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}^2}{g \sqrt{n_{TT}^2 - 1}} = \frac{4K}{\rho_{SSL} \sigma g} \frac{(W/S)}{(F/W)} \left[1 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{-1/2} \quad (37)$$

As in the case of turning rate, parameters that decrease the radius of fastest turning also decrease the radius of tightest turning.

2.3. Vôo em curva mais apertado (raio de viragem mínimo)

A manobra em curva com raio de viragem mínimo, r_{min} , é chamada *curva mais apertada*. A curva mais apertada de uma aeronave é uma medida de sua manobrabilidade. Nos resultados que seguem, denotamos os parâmetros de curva mais apertada com o subscrito *TT* (do inglês 'tightest turn').

2.3.1. *Velocidade.* A velocidade do vôo de viragem mais apertada é dada por

$$V_{TT} = 2 \left[\frac{K(W/S)}{\rho_{SSL} \sigma (F/W)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

A equação mostra que a velocidade de vôo em curva mais apertado cresce com carga alar mas decresce com a relação empuxo-peso.

2.3.2. *Fator de carga e ângulo de pranchamento.* O fator de carga para vôo de viragem mais apertada é

$$n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2}} = \sqrt{2 - \frac{1}{n_m^2}} \quad (28)$$

O resultado acima indica que o fator de carga para curva mais apertada não pode exceder $\sqrt{2}$ e a curva mais apertada somente será praticável se a relação empuxo–peso for maior que $\sim 0.707/E_m$, onde E_m é a eficiência aerodinâmica máxima. O ângulo de pranchamento correspondente, ϕ_{TT} , é dado por $\phi_{TT} = \cos^{-1}(1/n_{TT})$.

2.3.3. *Coeficiente de sustentação e eficiência aerodinâmica.* O coeficiente de sustentação correspondente a vôo de viragem mais apertada é

$$C_{L,TT} = \frac{1}{2KE_m} \left[2(F/W)^2 E_m^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

A eficiência aerodinâmica é dada por

$$E_{TT} = \frac{1}{E_m (F/W)^2} \sqrt{2(F/W)^2 E_m^2 - 1} \quad (30)$$

2.3.4. *Taxa de viragem e raio de viragem.* A taxa de viragem para vôo de viragem mais apertada é dada por

$$\dot{\chi}_{TT} = \frac{g}{V_{TT}} \sqrt{n_{TT}^2 - 1} = \frac{g}{2} \times \left[\frac{\rho_{SSL} \sigma (F/W)}{K (W/S)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

Isso mostra que a taxa de viragem mais apertada cresce com o a relação empuxo–peso ou com a redução da carga alar e da altitude. Portanto, os parâmetros de vôo que aumentam a taxa de viragem mais rápida também fazem crescer a taxa de viragem mais apertada. Finalmente, o raio da curva mais apertada é tal que

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}^2}{g \sqrt{n_{TT}^2 - 1}} = \frac{4K}{\rho_{SSL} \sigma g} \frac{(W/S)}{(F/W)} \left[1 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2} \right]^{-1/2} \quad (32)$$

Como ocorre no caso da taxa de viragem, parâmetros que reduzem o raio de vôo em curva mais rápida também levam à redução do raio de vôo com viragem mais apertada.

2.4. Solved example

An aircraft has wing loading $W/S = 3800 \text{ N/m}^2$, zero-lift drag coefficient $C_{D,0} = 0.016$, and lift-dependent drag coefficient factor $K = 0.052$. The maximum thrust/weight ratio F_{SSL}/W of the aircraft is 0.32, and it is turning at an altitude of 6 km ($\sigma = 0.539$). We are asked to calculate the flight parameters of the fastest and tightest turns. Specifically, we are

interested in the airspeeds, bank angles, aerodynamic efficiencies, turning rates, and turning radii.

Firstly, the maximum aerodynamic efficiency of the aircraft is

$$E_m = \frac{1}{2\sqrt{C_{D,0}K}} = \frac{1}{2 \times \sqrt{0.016 \times 0.052}} = 17.33$$

It is assumed here that the aircraft has first climbed to an altitude of 6 km under constant throttle setting with a negligible amount of fuel consumption; this gives $F/W = (F_{SSL}/W)\sigma = 0.32 \times 0.539 = 0.174$.

1) *Fastest turn*. The airspeed, load factor, and bank angle of the fastest turn are, respectively, given by Eqs. **(26)**, **(27)** and $\phi_{FT} = \cos^{-1}(1/n_{FT})$.

The fastest-turn airspeed is given by

$$V_{FT} = \left[\frac{2(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore V_{FT} = \left(\frac{2 \times 3800}{1.225 \times 0.539} \right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{0.052}{0.016} \right)^{\frac{1}{4}} = \boxed{144 \text{ m/s}}$$

The fastest-turn load factor is given by

$$n_{FT} = \sqrt{2(F/W)E_m - 1} = \sqrt{2 \times 0.174 \times 17.33 - 1} = 2.24$$

The fastest-turn bank angle ϕ_{FT} follows as

$$\phi_{FT} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n_{FT}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2.24}\right) = \boxed{63.5^\circ}$$

The lift coefficient for fastest turn is given by **(28)**,

$$C_{L,FT} = \left\{ \frac{[2(F/W)E_m - 1]C_{D,0}}{K} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore C_{L,FT} = \left[\frac{(2 \times 0.174 \times 17.33 - 1) \times 0.016}{0.052} \right]^{\frac{1}{2}} = 1.24$$

The aerodynamic efficiency for fastest turn is given by **(29)**,

$$E_{FT} = \frac{1}{(F/W)} \sqrt{2(F/W)E_m - 1}$$

$$\therefore E_{FT} = \frac{1}{0.174} \times \sqrt{2 \times 0.174 \times 17.33 - 1} = \boxed{12.9}$$

The turning rate of the fastest turn is given by **(30)**,

$$\dot{\chi}_{FT} = \frac{g}{V_{FT}} \sqrt{n_{FT}^2 - 1} = \frac{9.81}{144} \times \sqrt{2.24^2 - 1} = 0.137 \text{ rad/s} = \boxed{7.85 \text{ deg/s}}$$

and the turning radius follows from **(31)**, or by simply dividing the velocity by the turning rate,

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}}{\dot{\chi}_{FT}} = \frac{144}{0.137} = \boxed{1050 \text{ m}}$$

2) *Tightest turn.* The tightest-turn airspeed is given by **(32)**,

$$V_{TT} = 2 \left[\frac{K(W/S)}{\rho_{SSL} \sigma (F/W)} \right]^{\frac{1}{2}} = 2 \times \left(\frac{0.052 \times 3800}{1.225 \times 0.539 \times 0.174} \right)^{\frac{1}{2}} = \boxed{82.9 \text{ m/s}}$$

The tightest-turn load factor is given by **(33)**,

$$n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2}} = \sqrt{2 - \frac{1}{17.33^2 \times 0.174^2}} = 1.37$$

The tightest-turn bank angle follows as

$$\phi_{TT} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{n_{TT}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1}{1.37} \right) = \boxed{43.1^\circ}$$

The lift coefficient for tightest turn is given by **(34)**,

$$C_{L,TT} = \frac{1}{2KE_m} \left[2(F/W)^2 E_m^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore C_{L,TT} = \frac{1}{2 \times 0.052 \times 17.33} \times \left(2 \times 0.174^2 \times 17.33^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} = 2.30$$

The aerodynamic efficiency for tightest turn is given by **(35)**,

$$E_{TT} = \frac{1}{E_m (F/W)^2} \sqrt{2(F/W)^2 E_m^2 - 1}$$

$$\therefore E_{TT} = \frac{1}{17.33 \times 0.174^2} \times \sqrt{2 \times 0.174^2 \times 17.33^2 - 1} = \boxed{7.90}$$

The turning rate of the tightest turn is given by **(36)**,

$$\dot{\chi}_{TT} = \frac{g}{V_{TT}} \sqrt{n_{TT}^2 - 1} = \frac{9.81}{82.9} \times \sqrt{1.37^2 - 1} = 0.111 \text{ rad/s} = \boxed{6.36 \text{ deg/s}}$$

and, using **(37)** or dividing V_{TT} by $\dot{\chi}_{TT}$, the turning radius becomes

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}}{\dot{\chi}_{TT}} = \frac{82.9}{0.111} = \boxed{747 \text{ m}}$$

The results are summarized below. Note that the fastest turn affords greater airspeed (obviously), bank angle, aerodynamic efficiency, turning rate, and turning radius.

	Fastest turn	Tightest turn
Airspeed	144 m/s	82.9 m/s
Bank angle	63.5°	43.1°
Aerodynamic efficiency	12.9	7.9
Turning rate	7.85°/sec	6.36°/sec
Turning radius	1050 m	747 m

2.4. Exemplo resolvido

Uma aeronave tem carga alar $W/S = 3800 \text{ N/m}^2$, coeficiente de arrasto aerodinâmico com sustentação zero $C_{D,0} = 0.016$ e fator $K = 0.052$. A relação empuxo-peso máxima F_{SSL}/W da aeronave é 0.32 e sabe-se que a aeronave está descrevendo uma curva sob altitude de 6 km ($\sigma = 0.539$). Pede-se calcular os parâmetros de vôo da curva mais rápida e da curva mais apertada. Especificamente, estamos interessados nas velocidades, ângulos de pranchamento, eficiências aerodinâmicas, taxas de viragem e raios de viragem.

Primeiramente, a eficiência aerodinâmica máxima da aeronave é

$$E_m = \frac{1}{2\sqrt{C_{D,0}K}} = \frac{1}{2 \times \sqrt{0.016 \times 0.052}} = 17.33$$

Supõe-se que a aeronave primeiramente subiu a uma altitude de 6 km sob condições de propulsão constantes e com consumo de combustível insignificante; sendo assim, $F/W = (F_{SSL}/W)\sigma = 0.32 \times 0.539 = 0.174$.

1) *Vôo em curva mais rápido.* A velocidade, fator de carga e ângulo de pranchamento para vôo em curva mais rápido são respectivamente dados por **(26)**, **(27)** e $\phi_{FT} = \cos^{-1}(1/n_{FT})$. A velocidade em questão é

$$V_{FT} = \left[\frac{2(W/S)}{\rho_{SSL}\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{K}{C_{D,0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore V_{FT} = \left(\frac{2 \times 3800}{1.225 \times 0.539} \right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{0.052}{0.016} \right)^{\frac{1}{4}} = \boxed{144 \text{ m/s}}$$

O fator de carga é

$$n_{FT} = \sqrt{2(F/W)E_m - 1} = \sqrt{2 \times 0.174 \times 17.33 - 1} = 2.24$$

O ângulo de pranchamento é

$$\phi_{FT} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{n_{FT}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2.24} \right) = \boxed{63.5^\circ}$$

O coeficiente de sustentação é dado por **(28)**,

$$C_{L,FT} = \left\{ \frac{[2(F/W)E_m - 1]C_{D,0}}{K} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore C_{L,FT} = \left[\frac{(2 \times 0.174 \times 17.33 - 1) \times 0.016}{0.052} \right]^{\frac{1}{2}} = 1.24$$

A eficiência aerodinâmica é dada por **(29)**,

$$E_{FT} = \frac{1}{(F/W)} \sqrt{2(F/W)E_m - 1}$$

$$\therefore E_{FT} = \frac{1}{0.174} \times \sqrt{2 \times 0.174 \times 17.33 - 1} = \boxed{12.9}$$

A taxa de viragem é dada por **(30)**,

$$\dot{\chi}_{FT} = \frac{g}{V_{FT}} \sqrt{n_{FT}^2 - 1} = \frac{9.81}{144} \times \sqrt{2.24^2 - 1} = 0.137 \text{ rad/s} = \boxed{7.85 \text{ deg/s}}$$

e o raio de viragem pode ser obtido com **(31)**, ou simplesmente dividindo a velocidade pela taxa de viragem,

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}}{\dot{\chi}_{FT}} = \frac{144}{0.137} = \boxed{1050 \text{ m}}$$

2) *Vôo em curva mais rápido.* A velocidade em um vôo de viragem mais apertada pode ser obtida com **(32)**,

$$V_{TT} = 2 \left[\frac{K(W/S)}{\rho_{SSL} \sigma (F/W)} \right]^{\frac{1}{2}} = 2 \times \left(\frac{0.052 \times 3800}{1.225 \times 0.539 \times 0.174} \right)^{\frac{1}{2}} = \boxed{82.9 \text{ m/s}}$$

O fator de carga é dado por **(33)**,

$$n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{E_m^2 (F/W)^2}} = \sqrt{2 - \frac{1}{17.33^2 \times 0.174^2}} = 1.37$$

O ângulo de pranchamento correspondente é

$$\phi_{TT} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{n_{TT}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1}{1.37} \right) = \boxed{43.1^\circ}$$

O coeficiente de sustentação é dado por **(34)**,

$$C_{L,TT} = \frac{1}{2KE_m} \left[2(F/W)^2 E_m^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore C_{L,TT} = \frac{1}{2 \times 0.052 \times 17.33} \times \left(2 \times 0.174^2 \times 17.33^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} = 2.30$$

A eficiência aerodinâmica é dada por **(35)**,

$$E_{TT} = \frac{1}{E_m (F/W)^2} \sqrt{2(F/W)^2 E_m^2 - 1}$$

$$\therefore E_{TT} = \frac{1}{17.33 \times 0.174^2} \times \sqrt{2 \times 0.174^2 \times 17.33^2 - 1} = \boxed{7.90}$$

A taxa de viragem é dada por **(36)**,

$$\dot{\chi}_{TT} = \frac{g}{V_{TT}} \sqrt{n_{TT}^2 - 1} = \frac{9.81}{82.9} \times \sqrt{1.37^2 - 1} = 0.111 \text{ rad/s} = \boxed{6.36 \text{ deg/s}}$$

e, usando **(37)** ou dividindo V_{TT} por $\dot{\chi}_{TT}$, o raio de viragem é tal que

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}}{\dot{\chi}_{TT}} = \frac{82.9}{0.111} = \boxed{747 \text{ m}}$$

Os resultados para os dois tipos de vôo em curva estão sumarizados a seguir.

	Curva mais rápida	Curva mais apertada
Velocidade	144 m/s	82.9 m/s
Ângulo de pranchamento	63.5°	43.1°
Eficiência aerodinâmica	12.9	7.9
Taxa de viragem	7.85°/sec	6.36°/sec
Raio de viragem	1050 m	747 m

▲ Termos importantes

■ **Fastest-turn turning flight** (“Vôo em curva mais rápido”): Vôo otimizado para descrever uma curva com a maior velocidade possível.

■ **Tightest-turn turning flight** (“Vôo em curva mais apertado”): Vôo otimizado para descrever uma curva com o menor raio de viragem possível.



A **Lotka** oferece uma variedade de serviços de tradução, revisão e composição.

www.lotkatranslation.com



Tradução técnica

Traduzimos artigos, manuscritos e outros gêneros textuais em 8 idiomas.



Revisão técnica

Melhoramos a qualidade gramatical e estilística do seu documento.



Jargão e terminologia

Dominamos as terminologias e jargões de diversas áreas de engenharia e ciências naturais.



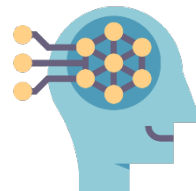
Edição de referências bibliográficas

Preparamos listas de referências em 4 padrões diferentes (ABNT, Harvard, APA, MLA).



Edição de expressões matemáticas

Preparamos as equações, reações químicas, tabelas e outros elementos especiais do seu documento.



Revisão de documentos gerados por inteligência artificial

Tecnologias de inteligência artificial generativa são ainda incipientes e propensas a erro. A Lotka pode melhorar a qualidade técnica de textos gerados ou traduzidos por IA.